

**Materiały pochodzą z Platformy Edukacyjnej Portalu www.szkolnictwo.pl**

**Wszelkie treści i zasoby edukacyjne publikowane na łamach Portalu www.szkolnictwo.pl mogą być wykorzystywane przez jego Użytkowników wyłącznie w zakresie własnego użytku osobistego oraz do użytku w szkołach podczas zajęć dydaktycznych. Kopiowanie, wprowadzanie zmian, przesyłanie, publiczne odtwarzanie i wszelkie wykorzystywanie tych treści do celów komercyjnych jest niedozwolone. Plik można dowolnie modernizować na potrzeby własne oraz do wykorzystania w szkołach podczas zajęć dydaktycznych.**

„W matematyce raz udowodnione twierdzenie na zawsze zachowuje swoją prawdziwość.”

*Roman Sikorski*

**TWIERDZENIE PITAGORASA**

Jest to chyba najbardziej znane i rozpoznawalne twierdzenie matematyczne na świecie.
Tak naprawdę nie jest to twierdzenie sformułowane przez samego Pitagorasa z Samos (572 p. n. e. – 497 p. n. e.), znane było już wcześniej, jednak dopiero pitagorejczycy sformułowali ogólny dowód tego twierdzenia dlatego potem zaczęto je nazywać twierdzeniem Pitagorasa.
Twierdzenie to ma bardzo duże zastosowanie w technice, matematyce ale także w życiu codziennym. Zna je niemal każdy…



PRZYPROSTOKĄTNA

PRZYPROSTOKĄTNA

**TWIERDZENIE PITAGORASA**

Twierdzenie Pitagorasa można formułować na różne sposoby, ale sens jest zawszę ten sam.

**W trójkącie prostokątnym suma pól kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych jest równa polu kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej.**

**P1 + P2 = P3**

**TWIERDZENIE PITAGORASA**

 **TWIERDZENIE PITAGORASA**

P1 + P2 = P3

P3

P2

P1

**Jeżeli trójkąt jest prostokątny, to suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej.**

**(przyprostokątna1)2 + (przyprostokątna2)2 = (przeciwprostokątna)2**

PRZYPROSTOKĄTNA2

PRZYPROSTOKĄTNA1

****

**TWIERDZENIE PITAGORASA**

***a2 + b2 = c2***

*c*

*b*

*a*

 **PZYKŁADY**

PRZYKŁAD 1.
Oblicz długości odcinków oznaczonych literami:

32 + 42 = x2
x2 = 9 + 16
x2 = 25
x = $\sqrt{25}$
x = 5

4

3

x

 **PZYKŁADY**

y2 + 152 = 172
y2 + 225 = 289
y2 = 289 – 225
y2 = 64
y = $\sqrt{64}$
y = 8

3$\sqrt{3}$

z

2$\sqrt{5}$

17

155

y

$$\left(3\sqrt{3}\right)^{2} + \left(2\sqrt{5}\right)^{2} = z^{2}$$

27 + 20 = z2
z2 = 47
z = $\sqrt{47}$

**PZYKŁADY**

PRZYKŁAD 2.
Oblicz długość odcinka AB.

|BC| = 5

|AC| = $\sqrt{11}$

C

B

A

$\left(\sqrt{11}\right)^{2} + \left|AB\right|^{2} = 5^{2}$
11 + |AB|2 = 25
|AB|2 = 25 – 11
|AB|2 = 9
|AB| = $\sqrt{9}$
| AB| = 3

 **PZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 1.
Oblicz pole prostokąta, którego przekątna ma długość 7 cm, a jeden z boków ma długość 3$\sqrt{2}$ cm.

3$\sqrt{2}$ cm

7 cm

x cm

Z twierdzenia Pitagorasa mamy:
(3$\sqrt{2} $cm)2 + x2 = (7 cm)2
18 cm2 + x2 = 49 cm2
x2 = 49 cm2 – 18 cm2
x2 = 31cm2

 **PZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 1 – ciąg dalszy.
x = $\sqrt{31}$ cm

P = 3$\sqrt{2}$ cm ∙ $\sqrt{31}$ cm = 3$\sqrt{62}$ cm2
P ≈ 23,6 cm2

ZADANIE 2.
Zapisz związek pomiędzy długościami boków narysowanego trójkąta, wynikający z twierdzenia Pitagorasa.

m

l

 k2 + m2 = l2

k

 **PZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 3.
Pole trójkąta równoramiennego jest równe 48 cm2, a podstawa ma długość 12 cm. Oblicz obwód tego trójkąta.

x

h

12 cm

Znamy pole i długość podstawy, możemy więc
wyliczyć długość wysokości.

$\frac{1}{2}$ ∙ 12 cm ∙ h = 48 cm2
6h cm = 48 cm2 / : 6 cm
h = 8 cm

Teraz z twierdzenia Pitagorasa możemy wyliczyć długość ramion.

 **PZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 3 – ciąg dalszy.
Pamiętajmy, że w trójkącie równoramiennym wysokość dzieli podstawę na dwie równe części.

(8 cm)2 + (6 cm)2 = x2
64 cm2 + 36 cm2 = x2
x2 = 100 cm2
x = $\sqrt{100 cm^{2}}$
x = 10 cm

Ob. = 12 cm + 2 ∙ 10 cm = 32 cm

 **PZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 4.
W jakiej odległości od ściany należy ustawić drabinę o długości 2,5 m aby sięgnęła do wysokości 2 m?

22 + x2 = 2,52
4 + x2 = 6,25
x2 = 6,25 – 4
x2 = 2,25
x = $\sqrt{2,25}$
x = 1,5

2,5 m

x

2 m

Odpowiedź: Drabinę należy ustawić w odległości 1,5 m od ściany.

**PZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 5.
Lustro ma wymiary 2,2 m x 2,2 m. Czy można je przenieść przez drzwi o wymiarach 1 m x 2 m?

Oczywiście lustro nie przejdzie ani wzdłuż ani wszerz, jedyną szansą na przeniesienie lustra przez te drzwi jest przekrzywienie czyli przeniesienie go przez przekątną drzwi. Musimy sprawdzić jaką długość ma ta przekątna.
1 m2 + 22 = d2
1 + 4 = d2
d2 = 5
d = $\sqrt{5}$ ≈ 2,24
Odpowiedź: To lustro można przenieść przez takie drzwi.

1 m

2 m

d

**DOWÓD TWIERDZENIA PITAGORASA**



**DOWÓD TWIERDZENIA PITAGORASA**

Dowód ten jest bardzo prosty, oparty jest na swego rodzaju układance. Mamy dany trójkąt prostokątny o bokach długości a, b i c. Konstruujemy kwadrat o boku długości
 a + b(rysunek z lewej).Następnie układamy trójkąty tak jak na rysunku z prawej. Pole kwadratu z lewej równe jest sumie pól czterech trójkątów prostokątnych i kwadratu zbudowanego na ich przeciwprostokątnych, pole kwadratu z prawej równe jest sumie pól tych samych czterech trójkątów i dwóch mniejszych kwadratów zbudowanych na ich przyprostokątnych. Stąd wniosek, że pole kwadratu zbudowanego na przeciwprostokątnej jest równe sumie pól kwadratów zbudowanych na przyprostokątnych (a2 + b2 = c2).