

**Materiały pochodzą z Platformy Edukacyjnej Portalu www.szkolnictwo.pl**

**Wszelkie treści i zasoby edukacyjne publikowane na łamach Portalu www.szkolnictwo.pl mogą być wykorzystywane przez jego Użytkowników wyłącznie w zakresie własnego użytku osobistego oraz do użytku w szkołach podczas zajęć dydaktycznych. Kopiowanie, wprowadzanie zmian, przesyłanie, publiczne odtwarzanie i wszelkie wykorzystywanie tych treści do celów komercyjnych jest niedozwolone. Plik można dowolnie modernizować na potrzeby własne oraz do wykorzystania w szkołach podczas zajęć dydaktycznych.**

„Matematyka jest melodią myśli…”

*Witold Pogorzelski*

**TWIERDZENIE ODWROTNE DO TWIERDZENIA PITAGORASA**

Każde twierdzenie matematyczne można zbudować w następujący sposób:

*Jeżeli ... (założenie twierdzenia), to... (teza twierdzenia).*

Zastanów się teraz, co w twierdzeniu Pitagorasa jest założeniem a co tezą?
Jeśli zamienimy miejscami tezę i założenie, to otrzymamy twierdzenie odwrotne do danego. Takie przestawienie nie zawszę da nam twierdzenie prawdziwe.
Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa **jest prawdziwe**.

**TWIERDZENIE ODWROTNE DO TWIERDZENIA PITAGORASA**

**Jeżeli w trójkącie suma kwadratów dwóch krótszych boków jest równa kwadratowi długości najdłuższego boku, to trójkąt jest prostokątny.**

**PRZYKŁADY**

PRZYKŁAD 1.
Sprawdź, czy trójkąt o bokach długości: 3 cm, 0,5 dm, 40 mm jest prostokątny.

Zanim zaczniemy obliczenia, musimy się upewnić, że wszystkie długości są wyrażone w tych samych jednostkach. W tym przykładzie tak nie jest, więc zamienimy wszystkie jednostki na centymetry.

0,5 dm = 5 cm
40 mm = 4 cm

Teraz sprawdźmy, czy suma kwadratów długości dwóch krótszych boków jest równa kwadratowi długości najdłuższego boku…

**PRZYKŁADY**

PRZYKŁAD 1. – ciąg dalszy

Suma kwadratów długości dwóch krótszych boków:

(3 cm)2 + (4 cm)2 = 9 cm2 + 16 cm2 = 25 cm2

Kwadrat długości najdłuższego boku:

(5 cm)2 = 25 cm2

A więc (3 cm)2 + (4 cm)2 = (5 cm)2 , z tego wynika, że dany trójkąt **jest** prostokątny.

**PRZYKŁADY**

PRZYKŁAD 2.
Sprawdź, czy trójkąt o bokach długości: 2 dm, 0,5 m, 40 cm jest prostokątny.

Zamieniamy wszystkie jednostki na decymetry:
0,5 m = 5 dm
40 cm = 4 dm
Obliczamy:
(2 dm)2 + (4 dm)2 = 4 dm2 + 16 dm2 = 20 dm2
(5 dm)2 = 25 dm2

A więc (2 dm)2 + (4 dm)2 ≠ (5 cm)2 , z tego wynika, że dany trójkąt **nie jest** prostokątny.

**PRZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 1.
Czy równoległobok o przekątnych 1 dm i 2,4 dm oraz boku 1,3 dm jest rombem?

Przypomnijmy: romb to czworokąt, którego naprzeciwległe boki są do siebie równoległe, mają równe długości, a przekątne przecinają się pod kątem prostym dokładnie w połowie.

Aby rozwiązać powyższe zadanie wystarczy sprawdzić, czy połowy przekątnych i bok tworzą trójkąt prostokątny.

**PRZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 1. – ciąg dalszy

(0,5 dm)2 + (1,2 dm)2 = 0,25 dm2 + 1,44 dm2 = 1,69 dm2
(1,3 dm)2 = 1,69 dm2

A więc (0,5 dm)2 + (1,2 dm)2 = (1,3 dm)2 z tego wynika, że połowy przekątnych i bok tworzą trójkąt prostokątny, więc ten równoległobok jest rombem.

**PRZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 2.
Czy narysowany trapez jest prostokątny?

Pamiętaj: nie zawszę wystarczy to co „widać” na rysunku.

Musimy sprawdzić, czy bok długości 10 tworzy z podstawami kąty proste. W tym celu „przesuwamy” ten bok do końca podstawy o długości 8, tak aby powstał trójkąt.

**PRZYKŁADOWE ZADANIA**

ZADANIE 2. – ciąg dalszy.

20 – 8 = 12
102 + 122 = 100 + 144 = 244
152 = 225
102 + 122 ≠ 152

Ten trapez **nie jest** prostokątny.

**TRÓJKA PITAGOREJSKA**

Trójka pitagorejska to liczby naturalne a, b, c, które spełniają równość: a2 + b2 = c2. Trójkąty prostokątne, których długości boków są liczbami naturalnymi nazywamy trójkątami pitagorejskimi (trójkąt, o stosunku boków 3 : 4 : 5 nazywa się też trójkątem egipskim, gdyż znany już był w starożytnym Egipcie).
Przykłady trójek pitagorejskich: 3,4, 5 6, 8, 10 5, 12, 13

„Przepis” na znajdowanie trójek pitagorejskich odkrył grecki matematyk Diofantos w III w. n. e.

Jeżeli m i n są liczbami naturalnymi i m > n, to liczby:
a = m2 – n2; b = 2mn; c = m2 + n2spełniają równanie a2 + b2 = c2.

**NIE TYLKO KĄT PROSTY…**

Jeżeli a, b i c są długościami boków trójkąta oraz a ≤ c i b ≤ c, to trójkąt ten jest:
- prostokątny, gdy a2 + b2 = c2
- rozwartokątny, gdy a2 + b2 < c2
- ostrokątny, gdy a2 + b2 > c2.

Powyższe twierdzenie jest uogólnieniem twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa. Dzięki temu twierdzeniu w prosty sposób możemy sprawdzić, czy dany trójkąt jest prostokątny, rozwartokątny, czy ostrokątny.