„Dobry Bóg stworzył liczby naturalne inne są dziełem człowieka.”

*Leopold Kronecker*

**ZBIORY LICZBOWE**

Wykonując działania na liczbach spotykasz się wciąż z innymi ich rodzajami: liczby naturalne, ułamki zwykłe i dziesiętne, liczby dodatnie i liczby ujemne…

Wszystkie liczby są uporządkowane w zbiorach. Te zbiory to:

* Liczby naturalne (oznaczamy je ***N***)
* Liczby całkowite (oznaczamy je ***C***)
* Liczby wymierne (oznaczamy je ***W***)
* Liczby niewymierne (przyjmijmy oznaczenie ***NW***)
* Liczby rzeczywiste (oznaczamy je ***R***)

Symbolicznie zbiory liczbowe można przedstawić na przykład tak:

***NW***

***N***

***N***

***C***

***W***

***R***

**LICZBY NATURALNE**

Są to liczby:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …

i tak dalej, aż do nieskończoności.

Wśród liczb naturalnych na szczególną uwagę zasługują   
**liczby pierwsze** – czyli takie liczby naturalne, większe od 1, które mają tylko dwa dzielniki: jedynkę i samą siebie  
Są to na przykład:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23…

**CIEKAWOSTKA  
SITO ERASTOTENESA**

Sito Erastotenesa to algorytm pozwalający znaleźć wszystkie liczby pierwsze.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | ~~4~~ | 5 | ~~6~~ | 7 | ~~8~~ | 9 | ~~10~~ |
| 11 | ~~12~~ | 13 | ~~14~~ | 15 | ~~16~~ | 17 | ~~18~~ | 19 | ~~20~~ |
| 21 | ~~22~~ | 23 | ~~2~~4 | 25 | ~~26~~ | 27 | ~~28~~ | 29 | ~~30~~ |
| 31 | ~~32~~ | 33 | ~~34~~ | 35 | ~~36~~ | 37 | ~~38~~ | 39 | ~~40~~ |
| 41 | ~~42~~ | 43 | ~~44~~ | 45 | ~~46~~ | 47 | ~~48~~ | 49 | ~~50~~ |
| 51 | ~~52~~ | 53 | ~~54~~ | 55 | ~~56~~ | 57 | ~~58~~ | 59 | ~~60~~ |
| 61 | ~~62~~ | 63 | ~~64~~ | 65 | ~~66~~ | 67 | ~~68~~ | 69 | ~~70~~ |
| 71 | ~~72~~ | 73 | ~~74~~ | 75 | ~~76~~ | 77 | ~~78~~ | 79 | ~~80~~ |

1. Ze zbioru liczb naturalnych większych od 1, wybieramy najmniejszą (czyli 2) i wykreślamy wszystkie jej wielokrotności (4, 6, 8…).

2. Następnie bierzemy kolejną z niewykreślonych liczb (czyli trójkę) i skreślamy jej wielokrotności. Oczywiście niektóre z liczb będą skreślone więcej niż raz.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | ~~4~~ | 5 | ~~6~~ | 7 | ~~8~~ | ~~9~~ | ~~10~~ |
| 11 | ~~12~~ | 13 | ~~14~~ | ~~15~~ | ~~16~~ | 17 | ~~18~~ | 19 | ~~20~~ |
| ~~21~~ | ~~22~~ | 23 | ~~2~~4 | 25 | ~~26~~ | ~~27~~ | ~~28~~ | 29 | ~~30~~ |
| 31 | ~~32~~ | ~~33~~ | ~~34~~ | 35 | ~~36~~ | 37 | ~~38~~ | ~~39~~ | ~~40~~ |
| 41 | ~~42~~ | 43 | ~~44~~ | ~~45~~ | ~~46~~ | 47 | ~~48~~ | 49 | ~~50~~ |
| ~~51~~ | ~~52~~ | 53 | ~~54~~ | 55 | ~~56~~ | ~~57~~ | ~~58~~ | 59 | ~~60~~ |
| 61 | ~~62~~ | ~~63~~ | ~~64~~ | 65 | ~~66~~ | 67 | ~~68~~ | ~~69~~ | ~~70~~ |
| 71 | ~~72~~ | 73 | ~~74~~ | ~~75~~ | ~~76~~ | 77 | ~~78~~ | ~~79~~ | ~~80~~ |

3. Powtarzamy operację dla 5 i kolejnych nieskreślonych liczb…

Niewykreślone liczby to **liczby pierwsze**.

**LICZBY CAŁKOWITE**

Tak jak wskazuje na to nazwa, są to wszystkie liczby, które nie są ułamkami, zarówno te dodatnie, jak i ujemne:

…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …

Dziś liczby ujemne, należące do zbioru liczb całkowitych, nie są niczym niezwykłym. W Europie pierwszy raz użył ich w 1202r. Włoch znany pod nazwiskiem Fibonacci. Przez wiele stuleci od ich wprowadzenia, wielu matematyków uważało liczby ujemne za „pojęcia fikcyjne, pozbawione realnej treści”. Teraz, każdy, kto widział termometr, czy też wykaz transakcji z banku, nie wątpi w potrzebę i sens stosowania liczb ujemnych.

**LICZBY WYMIERNE**

**Liczby wymierne** to takie, które można przedstawić w postaci ilorazu liczb całkowitych, innymi słowy są to liczby, które można przedstawić w postaci ułamka zwykłego:

gdzie *m* i *n* są liczbami całkowitymi i *m* ≠ 0.

PRZYKŁADY LICZB WYMIERNYCH:

Można powiedzieć, że są to liczby, które „da się zmierzyć”, czyli np. zaznaczyć na osi liczbowej przy pomocy linijki.

**LICZBY NIEWYMIERNE**

W przeciwieństwie do liczb wymiernych, nie da się ich zapisać w postaci ułamka zwykłego. Nie możemy podać dokładnej wartości takiej liczby, możemy jedynie operować ich przybliżeniami – bardziej lub mniej dokładnymi.

**PRZYKŁADY LICZB NIEWYMIERNYCH:**

os liczbowa.gifJeśli miałbym wybrać dowolną liczbę z osi liczbowej, np. wbijając przypadkowo w oś bardzo cienką igłę, prawie na pewno trafiłbym na liczbę niewymierną.

Jak sprawdzić, czy liczba jest wymierna, czy niewymierna bez sprawdzania czy da się ją zapisać w postaci ułamka?

Najczęściej liczby niewymierne zapisywane są, jako pierwiastki. Jeśli nie potrafimy wyciągnąć pierwiastka z jakiejś liczby to jest to liczba niewymierna. Np.: , itp.

Liczby wymierne zapisane w postaci dziesiętnej, są ułamkami dziesiętnymi skończonymi, lub nieskończonymi, okresowymi. Np.:  
0,5  
1,343434…=1,(34)  
0,1245124512451245…=0,(1245)

Liczby niewymierne zapisane w postaci dziesiętnej, są ułamkami dziesiętnymi nieskończonymi, nieokresowymi. Np.:  
1,414213562… to część przybliżenia dziesiętnego   
1,7320508… to część przybliżenia dziesiętnego

**LICZBY RZECZYWISTE**

To zbiór tworzony przez liczby wymierne i niewymierne. Najpopularniejszym zobrazowaniem zbioru liczb rzeczywistych jest dobrze każdemu znana oś liczbowa.

os liczbowa1.gif

**PRZYKŁADOWE ZADANIA**

1. Przyporządkuj podane liczby do odpowiednich zbiorów liczbowych (***N, C, W, NW***). Pamiętaj, że niektóre liczby mogą należeć jednocześnie do kilku zbiorów.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***N*** | ***C*** | ***W*** | ***NW*** |
| (to przecież 2)  (to też 2)  (a to 6) | Możemy od razu umieścić tu wszystkie liczby z poprzedniego zbioru.  A do tego: | Tak jak poprzednio od razu możemy umieścić tu liczby ze zbioru liczb całkowitych – są też na pewno wymierne.  Ponadto:  – ułamek nieskończony okresowy | Tu nie możemy umieścić liczb z poprzednich zbiorów.  – ułamek nieskończony nieokresowy |

**PRZYKŁADOWE ZADANIA**

2. Określ, czy podane zdanie jest prawdziwe (P), czy fałszywe (F):  
a) Każda liczba wymierna jest albo dodatnia albo ujemna.  
b) Każda liczba całkowita jest liczbą naturalną.  
c) Każda liczba naturalna jest liczbą całkowitą.  
d) Każda liczba całkowita jest liczbą wymierną.  
e) Liczba przeciwna do liczby całkowitej jest liczbą naturalną.  
f) Każda liczba całkowita nieujemna jest liczbą naturalną.

Rozwiązanie:  
a) F – np. 0 nie jest ani dodatnie ani ujemne a jest liczbą wymierną  
b) F – np. -2 jest liczbą całkowitą a nie jest naturalną  
c) P – zbiór liczb naturalnych zawiera się w zbiorze liczb całkowitych  
d) P – tak samo jak wyżej – liczby całkowite zawierają się w wymiernych  
e) F – np. liczba przeciwna do 2 to -2   
f) P – te liczby to 0, 1, 2, 3, … czyli liczby naturalne

**PRZYKŁADOWE ZADANIA**

3. Wykaż, że podane liczby są wymierne.  
a) b) -10,2 c) 450 d) 1 e) 0,25 f) -4,8

Wystarczy pokazać, że podane liczby da się zapisać w postaci ułamka zwykłego:

a) b) c) d) e) f)

4. Do punktów na osi liczbowej dopasuj liczby.

0

1

B

A

E

F

G

C

D

**ZADANIA**

1. Przyporządkuj daną liczbę do odpowiedniego zbioru (***W, C, N, NW)*.** Pamiętaj, że jedna liczba może należeć do kilku zbiorów.

2 -56 0,25 -3,6 1,45780193048… 0,(26)

45 -0,33333… 100 -2,78 π

2. Która z podanych liczb jest niewymierna?  
0.(25)  
0,141253…  
0,898989…  
1,020202…

3. Która z podanych liczb jest niewymierna?

4. Która z podanych liczb jest całkowita?

5. Która z podanych liczb jest całkowita?

2,5  
-2,5  
25  
0,25

6. Która z podanych liczb jest liczbą naturlaną?  
-8

2,5

7. Która z podanych liczb jest liczbą naturlaną?  
2  
-2  
0,2  
2,2

8. Która z podanych liczb nie jest liczbą całkowitą?

9. Która z podanych liczb nie jest liczbą naturalną?  
0  
8  
-3  
3

10. Która z podanych liczb nie jest liczbą niewymierną?

11. Która z podanych liczb nie jest liczą wymierną?  
2  
-5,6